

# Etude des transferts radiatifs et convectifs induits par une source de chaleur et de masse dans une cavité a deux zones

LAURENCE ALLANÇON, BERNARD PORTERIE et  
JEAN-CLAUDE LORAUD

IUSTI/SETT-Equipe Ecoulements Diphasiques et Réactifs, URA CNRS 1168,  
Université de Provence, Centre de Saint-Jérôme, 13397 Marseille Cedex 20, France

(Reçu octobre 1992 et sous forme finale février 1993)

**Résumé**—Une étude numérique de l'écoulement bidimensionnel instationnaire compressible dans une cavité rectangulaire divisée en deux zones identiques par une cloison verticale, dont l'une est le siège d'un apport de chaleur et de masse, est présentée. Une attention particulière est portée au traitement de l'injection de masse dans une enceinte close, et au couplage des différents modes de transferts thermiques : les processus gazeux de transfert de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont couplés à la conduction thermique à travers la cloison et au rayonnement pariétal. Les équations de Navier-Stokes sont résolues par une méthode aux différences-finies adaptée au cas des écoulements compressibles à bas nombre de Mach. La simulation numérique permet de comparer les résultats obtenus avec et sans prise en compte des transferts radiatifs, et de mettre en évidence leur importance sur la structure de l'écoulement convectif dans ce type de problème.

## INTRODUCTION

DEPUIS plusieurs dizaines d'années, la convection naturelle en milieu confiné a retenu l'attention des chercheurs [1–4]. De nombreuses études théoriques et expérimentales ont ainsi porté sur le cas où l'écoulement était provoqué par des gradients de température entre des parois. On peut néanmoins noter que, tant que les problèmes de convection naturelle ont constitué les principaux thèmes de recherche en cavité, les autres modes de transferts thermiques et leur interaction avec les mouvements convectifs internes n'ont en général pas été pris en compte.

Yang [5] et Ostrach [6] en particulier ont fait le point sur les diverses études de ce type, antérieures à 1988, et on remarque, que le plus souvent, le problème de convection naturelle y est simplifié en considérant des cavités présentant des parois chaudes et des parois froides.

On sait cependant, que la plupart des problèmes physiques réels ne se résume pas à ce modèle simplifié, et que en particulier, d'autres types de conditions aux limites doivent être considérées.

Plus récemment, plusieurs auteurs se sont préoccupés des mouvements convectifs en cavités horizontales ou inclinées, dus à la présence de sources chaudes internes. On citera à ce titre, le travail de May [7], et de Allançon *et al.* [8]. Les mouvements de convection naturelle ont aussi fait l'objet d'études portant sur des cavités partiellement ou totalement divisées par une ou plusieurs cloisons [9–11]. On citera également le travail très récent de Karayiannis *et al.* [12] qui montre l'évolution du transfert thermique convectif dans une enceinte pouvant présenter une

séparation en deux zones par une cloison verticale, en fonction de l'épaisseur et de la conductivité thermique de la cloison. Cette étude a été réalisée dans le cas d'un écoulement 2D laminaire, permanent et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq.

Plus récemment encore, le couplage entre les transferts thermiques conductifs au sein d'une paroi et les mouvements convectifs qu'ils induisent a été envisagé par Du et Bilgen [13].

D'autre part, le regain d'attention porté ces dernières années aux problèmes liés à la sécurité (bâtiments, centrales, nucléaires, sous-marins, etc.) a conduit à multiplier les études relevant, en particulier, du domaine des 'feux compartimentés', ceci afin, par une meilleure connaissance du phénomène, d'améliorer les techniques de détection et de contrôle. C'est la raison pour laquelle, de nombreuses études se sont tournées vers des problèmes de convection naturelle couplée avec des transferts thermiques radiatifs [14–16], ou vers des problèmes d'écoulements réactifs à haute température [17].

La prise en compte du rayonnement affecte le champ thermique et donc le champ dynamique de l'écoulement, directement par l'intermédiaire des phénomènes d'absorption et d'émission du fluide. Ces effets peuvent être négligeables s'il s'agit par exemple d'air sec, car on peut considérer qu'il s'agit alors d'un fluide transparent au rayonnement.

Les transferts radiatifs ont également des effets sur les évolutions de température de l'écoulement, indirectement par l'intermédiaire des distributions de température sur les parois de la cavité. Ainsi le rayonnement émis par les parois et les interactions radiatives entre les parois, ont une influence non négligeable sur

## NOMENCLATURE

$b$	épaisseur de la cloison	$T_{\text{rad}}(k, rk)$	température de la surface $k$ à la position $rk$
$C_v$	capacité calorifique du gaz à volume constant	$u, v$	composantes de la vitesse du gaz dans les directions $x$ et $y$ .
$dA_k, dA_l$	éléments de surface différentiels des surfaces $k$ et $l$	<b>Symboles grecs</b>	
$dF_{dA_k-dA_l}$	facteur de forme différentiel des éléments $dA_k, dA_l$	$\gamma$	rapport des chaleurs spécifiques
$e$	énergie interne spécifique du gaz	$\delta x, \delta y$	largeurs des mailles dans les directions $x$ et $y$
$F(rk, rl)$	facteur de forme entre la position $rk$ de la surface $k$ et la position $rl$ de la surface $l$	$\varepsilon(k)$	émissivité de la paroi $k$
$g$	accélération de la pesanteur	$\mu$	viscosité dynamique du gaz
$H$	hauteur d'une zone de la cavité	$\rho$	masse volumique du gaz
$J(k, rk)$	radiosité de la surface $k$ à la position $rk$	$\rho(k)$	réflectivité de la paroi $k$
$k$	conductivité thermique du gaz	$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann
$k_{\text{wall}}$	conductivité thermique de la paroi	$\phi_{\text{rad}}(k, rk)$	densité de flux net radiatif de la surface $k$ à la position $rk$
$L$	longueur d'une zone de la cavité	$\Phi_{\text{gaz}}$	flux conduit dans le gaz
$\dot{m}$	débit massique par unité de surface des gaz chauds	$\Phi_{\text{rad}}$	flux net radiatif d'une surface
$p$	pression du gaz	$\Phi_{\text{wall}}$	flux conduit par une surface.
$Pr$	nombre de Prandtl	<b>Indices relatifs au rayonnement</b>	
$R$	constante des gaz parfaits	$k$	indice relatif à la surface émettrice
$T$	température du gaz	$l$	indice relatif à la surface réceptrice
$T_{\text{cif}}$	température maximale des gaz émis par la source chaude	$rk$	indice relatif à 1 élément de la surface $k$
		$rl$	indice relatif à 1 élément de surface $l$ .

les températures des parois, et le couplage convection-rayonnement a de fortes conséquences sur les champs thermique et dynamique de l'écoulement.

C'est ainsi que, l'importance de la radiation combinée à d'autres modes de transferts de chaleur ou à des phénomènes de combustion a été soulignée encore récemment dans le travail de Taik Youg Kim et Seung Wook Baek [18]. Cette étude a conforté, notamment, les précédents résultats de Larson et Viskanta [15] qui avaient déjà mis en évidence que la radiation dominait le transfert de chaleur dans une enceinte et modifiait de façon significative la structure de l'écoulement convectif.

Il s'agit en général d'étudier les transferts couplés au sein d'un fluide en écoulement, de façon à déterminer les flux d'énergie complexes échangés entre le fluide et une structure qui le limite : transferts pariétaux dans les chambres de combustion (moteurs, tubes à flamme), les phénomènes de rentrée atmosphérique (tenue des hublots, des protections thermiques), les problèmes liés à la surtête des réacteurs, les transferts aux parois dans les incendies, etc.

La prise en compte des transferts radiatifs ne se fait pas sans entraîner une complexité accrue dans le traitement du problème ; en effet, on se trouve conduit à résoudre un système composé d'équations aux dérivées partielles et d'équations intégrales.

Les tout derniers travaux de Karayiannis *et al.* [12], et de Du et Bilgen [13], s'appuyant notamment sur les

hypothèses de Boussinesq et d'écoulement stationnaire, témoignent de ce que la modélisation d'écoulements à haute température compressibles, instationnaires en cavité (donc généralement à faible nombre de Mach) couplant les effets convectifs, radiatifs et conductifs, demeure un thème de recherche actuel et très ouvert. C'est dans ce cadre que s'insère la présente étude. Son objet est, en effet, de développer un modèle numérique de l'écoulement bidimensionnel instationnaire d'un fluide compressible visqueux, dans une enceinte composée de deux zones, dont l'une est le siège d'un apport de chaleur et de masse ; l'écoulement convectif dans la seconde enceinte résulte du transfert conductif à travers la cloison. Ce modèle prend en compte le rayonnement paroi-paroi dans chacune des deux zones. Le problème est donc de déterminer l'évolution au cours du temps du champ dynamique et du champ thermique dans les deux zones de la cavité, et d'évaluer l'influence du rayonnement pariétal sur ces champs. De plus, l'apport de masse et d'énergie nécessite de prendre en compte la compressibilité du fluide, et donc en particulier d'abandonner l'hypothèse de Boussinesq.

## MODELE PHYSIQUE ET HYPOTHESES

Le modèle physique est schématisé sur la Fig. 1. Une cavité rectangulaire, constituée de parois adiabatiques d'épaisseur uniforme est divisée en deux enceintes de

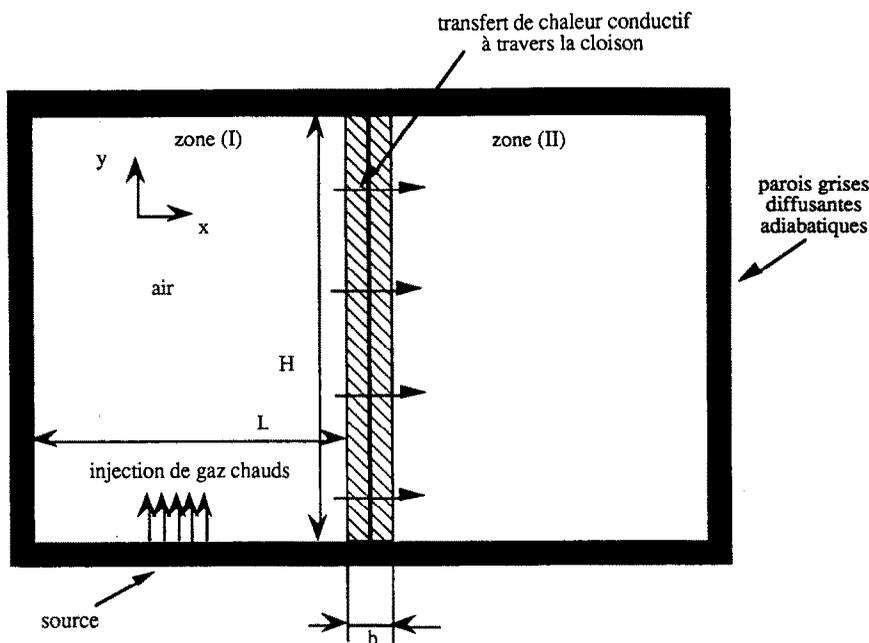


FIG. 1.

même géométrique par une cloison verticale conductrice de chaleur. Les deux zones, notées (I) et (II), contiennent de l'air initialement au repos, et à la température ambiante et à la pression atmosphérique.

A  $t > 0$ , une source chaude est placée à un endroit quelconque sur le plancher de la zone (I). Cette source produit des gaz chauds pendant un temps fini  $t_{\text{fin}}$ . L'air ambiant initialement au repos dans cette enceinte est mis en mouvement sous l'effet conjugué des gradients de température et de l'injection de masse.

Au cours du temps, un écoulement convectif se développe dans la zone (II) du fait du transfert conductif qui s'effectue à travers la paroi séparatrice.

Il s'agit dans notre cas d'établir les champs thermique et dynamique du fluide contenu dans chacune des deux enceintes, et donc de traiter le problème délicat d'un écoulement compressible à haute température et à faible nombre de Mach. En effet, l'injection de masse dans une des deux zones entraîne l'abandon de l'hypothèse de Boussinesq, qui est l'hypothèse généralement utilisée dans les études portant sur des problèmes de convection naturelle en cavité, et donc nécessite l'utilisation d'un modèle d'écoulement compressible.

Le modèle mathématique repose sur les hypothèses suivantes :

- L'écoulement bidimensionnel, instationnaire est laminaire.
- Le fluide est visqueux, et ses propriétés thermophysiques constantes (chaleurs spécifiques, viscosité, conductivité thermique).
- Les deux enceintes dans lesquelles nous étudions les différents écoulements sont identiques, et le transfert de chaleur conductif qui a lieu dans la cloison entre les deux zones est supposé unidimensionnel.

- Nous prenons en compte les couplages entre les effets radiatifs des parois et les effets conductifs et convectifs au sein du gaz.

- Le gaz contenu dans la cavité est transparent au rayonnement.

- Les parois de la cavité sont grises diffusantes, adiabatiques et imperméables.

- Les termes de dissipation visqueuse sont négligeables dans l'équation de l'énergie.

- La source chaude est assimilée à une zone pariétale d'éjection de gaz chauds dont la température varie en fonction du temps jusqu'à une température maximale  $T_{\text{cif}}$ . Le débit de gaz chauds émis dans la cavité est constant pendant la durée de la simulation. Cette injection de gaz se fait perpendiculairement à la surface :  $u = 0$ , et les gaz chauds injectés sont de même nature que le gaz initialement dans la cavité.

### EQUATIONS D'EVOLUTION DU GAZ

Compte tenu des hypothèses précédentes, les équations régissant l'écoulement bidimensionnel instationnaire d'un fluide compressible s'écrivent en coordonnées cartésiennes sous la forme :

*Equation de continuité*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

*Equations de quantité de mouvement*

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} \right) \quad (2)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \right). \quad (3)$$

Equation de l'énergie interne

$$\rho \left( \frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} \right) = -p \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + k \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]. \quad (4)$$

La viscosité  $\mu$  est reliée au second coefficient de viscosité  $\lambda$  par la relation de Stokes :  $3\lambda + 2\mu = 0$  et la conductivité thermique au nombre de Prandtl par la relation :  $Pr = \mu\gamma C_v/k$ . Le gaz obéit à l'équation d'état des gaz parfaits :

$$p = (\gamma - 1)\rho e. \quad (5)$$

**TRAITEMENT NUMERIQUE**

Nous avons utilisé pour résoudre le système formé par les équations (1)–(4), une version modifiée de la méthode ICE (Implicit Continuous-fluid Eulerian) développée par Harlow et Amsden [19], méthode qui permet le calcul d'un écoulement compressible instationnaire à tout nombre de Mach.

Les discrétisations spatiales des équations utilisent la cellule de MAC (Marker And Cell), cellule rectangulaire de largeur  $\delta x$  et de hauteur  $\delta y$ , représentée sur la Fig. 2, ci-dessous.

La composante  $u$  est calculée au milieu du segment vertical, la composante  $v$  au milieu du segment horizontal et les autres variables  $p, \rho$  et  $e$  au centre de la

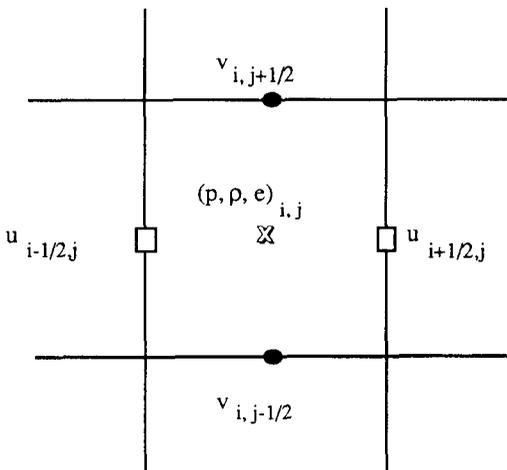


FIG. 2. Cellule de MAC.

maille. Les indices  $i, j$  correspondent au centre de la maille, l'indice  $i+1/2$  au segment vertical droit, l'indice  $j+1/2$  au segment horizontal supérieur.

Dans ce qui suit, l'exposant  $n$  caractérise une variable évaluée à l'instant  $n\delta t$  où  $\delta t$  est le pas d'intégration dans le temps. Par souci de clarté, nous omettons l'exposant des quantités évaluées à l'instant  $(n+1)\delta t$ .

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie sont discrétisées en termes de flux horizontaux et verticaux.

A titre d'exemple, l'équation de quantité de mouvement dans la direction  $x$  est discrétisée de la façon suivante :

$$\frac{u_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j}^n}{\delta t} + FUX + FUY = -\frac{2}{\delta x} \frac{\bar{p}_{i+1,j} - \bar{p}_{i,j}}{\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n} + \frac{2\mu}{(\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n)} \left\{ \frac{4}{3\delta x^2} [u_{i+3/2,j}^n - 2u_{i+1/2,j}^n + u_{i-1/2,j}^n] + \frac{1}{\delta y^2} [u_{i+1/2,j+1}^n - 2u_{i+1/2,j}^n + u_{i+1/2,j-1}^n] + \frac{1}{3\delta x \delta y} [v_{i+1,j+1/2}^n - v_{i+1,j-1/2}^n - v_{i,j+1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n] \right\}$$

où  $\bar{p}$  est une estimation de la pression à  $(n+1)\delta t$ .

Les termes de flux horizontaux et verticaux sont définis par :

$$FUX = \left( u \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1/2,j}^n = \frac{(1-\alpha)}{2\delta x} u_{i+1/2,j}^n (u_{i+3/2,j}^n - u_{i-1/2,j}^n) + \frac{\alpha}{2\delta x} [(u_{i+3/2,j}^n - u_{i+1/2,j}^n)(u_{i+1/2,j}^n - |u_{i+1/2,j}^n|) + (u_{i+1/2,j}^n - u_{i-1/2,j}^n)(u_{i+1/2,j}^n + |u_{i+1/2,j}^n|)]$$

$$FUY = \left( v \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i+1/2,j}^n = \frac{(1-\alpha)}{2\delta y} v_{i+1/2,j}^n (u_{i+1/2,j+1}^n - u_{i-1/2,j-1}^n) + \frac{\alpha}{2\delta y} [(u_{i+1/2,j+1}^n - u_{i+1/2,j}^n)(v_{i+1/2,j}^n - |v_{i+1/2,j}^n|) + (u_{i+1/2,j}^n - u_{i+1/2,j-1}^n)(v_{i+1/2,j}^n + |v_{i+1/2,j}^n|)]$$

où

$$v_{i+1/2,j}^n = 0.25 \times [v_{i+1,j+1/2}^n + v_{i+1,j-1/2}^n + v_{i,j+1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n].$$

Les flux sont composés de deux termes : l'un centré, l'autre décentré (terme 'donor cell'). Le paramètre donor cell  $\alpha$  détermine la fraction de chacun de ces termes dans le flux de masse total. De plus, il est aisé de démontrer que l'équation aux différences satisfait numériquement la propriété de conservation de la masse totale (en la multipliant par  $\delta x \delta y$  et en sommant sur tous les  $i$  et sur tous les  $j$ ). Le paramètre  $\alpha$  étant judicieusement choisi, la masse totale ne peut être alors modifiée que par les flux de masse à travers

les limites ou par les erreurs d'arrondi du calculateur. Cette propriété est très utile dans la phase de mise au point du programme de calcul.

L'équation de continuité, de quantité de mouvement dans la direction  $y$  et l'équation d'énergie interne sont discrétisées de façon similaire, et sont données en annexe.

L'utilisation d'une valeur approchée de la pression  $\bar{p}$  permet de ne pas être limité par la condition de stabilité de Courant :

$$\max_{i,j} \left( \frac{c \delta t}{\delta x}, \frac{c \delta t}{\delta y} \right) < 1$$

où  $c$  est la vitesse du son locale.

Il existe différentes procédures de calcul de  $\bar{p}$ . Celle utilisée ici est simple à mettre en oeuvre et s'avère performante en termes de précision et de temps de calcul. Elle consiste à résoudre l'équation d'état approchée écrite sous la forme générale :

$$W = \bar{p}_{i,j} - F(\bar{p}_{i,j}, \bar{e}_{i,j}) = 0$$

où les grandeurs surlignées sont des grandeurs estimées.

Un schéma de type Newton-Raphson est utilisé pour résoudre l'équation approchée. Le processus itératif est interrompu lorsque, pour chaque point du domaine, le test de convergence suivant est vérifié :

$$|\delta \bar{p}^{(v)}| \leq \varepsilon \bar{p}_{i,j}^{(v+1)}, \quad \varepsilon \geq 0$$

où  $\varepsilon$  est le paramètre de convergence et  $v$  représente les itérations internes sur le calcul de la pression.

**Conditions aux limites**

Le problème à traiter fait intervenir deux types de conditions aux limites :

- celles relatives aux limites solides constituées par les parois de la cavité.

- et celles relatives aux points d'injection des gaz chauds au niveau du plancher.

\* Au voisinage de la paroi, la limite physique est disposée comme le montre la Fig. 3 suivante :

Des conditions d'adhérence et d'imperméabilité sont retenues le long des parois solides :  $u = 0$  et  $v = 0$ .

Dans le cadre des hypothèses formulées précédemment, couplant les transferts thermiques conductifs aux transferts radiatifs pariétaux, à travers un milieu transparent, les températures des différentes parois et de la cloison sont évaluées à partir du bilan d'énergie suivant :

$$\Phi_{\text{wall}} = \Phi_{\text{gaz}} + \Phi_{\text{rad}}$$

avec  $\Phi_{\text{rad}}$  le flux net rayonné par la surface,  $\Phi_{\text{gaz}}$  le flux conduit par le gaz,  $\Phi_{\text{wall}}$  le flux conduit dans la paroi. En termes de gradient de température, ce bilan s'écrit :

$$-k_{\text{wall}} \frac{\partial T_{\text{wall}}}{\partial n} = -k \frac{\partial T_{\text{gas}}}{\partial n} + \Phi_{\text{rad}} \quad (6)$$

où  $n$  représente la normale à la paroi.

Pour les parois de la cavité, supposées adiabatiques, l'équation (6) se réduit à :

$$\Phi_{\text{rad}} = k \frac{\partial T_{\text{gas}}}{\partial n} \quad (6.1)$$

La prise en compte des transferts radiatifs se fait donc par l'intermédiaire de ces conditions aux limites.

Ces équations traduisent le couplage des phénomènes de conduction dans le gaz, de conduction dans la cloison séparatrice, avec les phénomènes de rayonnement aux parois. Une modification de la température de surface d'une des parois engendre donc des modifications sur les mouvements convectifs proches de la paroi, sur les transferts conductifs au sein de la cloison entre les deux zones, et sur le flux net rayonné par la surface.

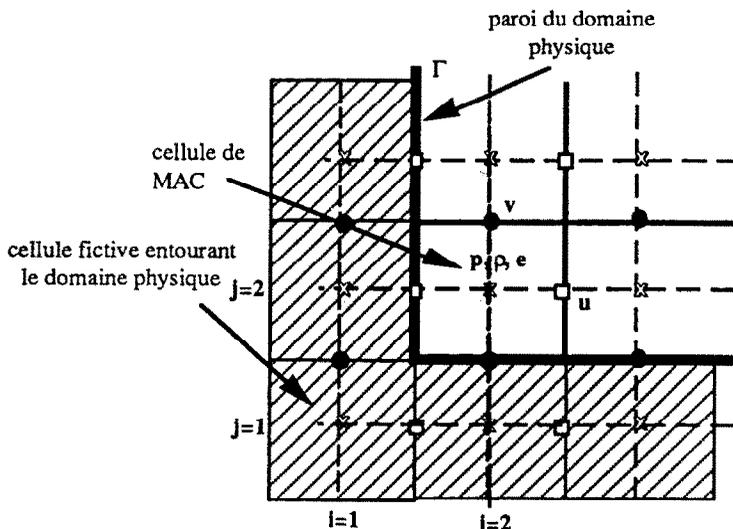


FIG. 3. Cellule de MAC au voisinage d'une limite physique  $\Gamma$ .

**\*\*** Dans la zone d'injection des gaz chauds, une température (ou énergie interne) et un débit massique sont imposés en fonction du temps.

Dès lors, en supposant l'injection normale à la paroi ( $u = 0$ ), la masse volumique  $\rho$ , la pression  $p$  et la vitesse  $v$  peuvent être calculées à partir du système suivant :

$$\begin{aligned} \rho_1 v_1 &= \dot{m} \\ p &= \rho RT \\ p_1 + \rho_1 v_1^2 &= p_2 + \rho_2 v_2^2 \end{aligned}$$

où  $\dot{m}$  est le débit massique par unité de surface de gaz chauds injectés.

L'indice 1 est relatif à la paroi et l'indice 2 à la ligne  $j = 2$ .

**LES TRANSFERTS THERMIQUES RADIATIFS**

Comme cela a déjà été signalé dans les hypothèses, cette étude a été limitée, par souci de simplification, aux échanges radiatifs entre des surfaces opaques, grises diffusantes, à travers un milieu transparent. Dans ce cas, en effet, on sait que les transferts radiatifs n'apparaissent dans le bilan thermique du système qu'au niveau des conditions aux limites.

Après avoir donc établi les conditions limites qui décrivent les échanges radiatifs entre des surfaces

séparées par un milieu transparent et constituant une enceinte fermée, pour une répartition de température donnée, le problème est d'évaluer le flux surfacique radiatif qui intervient dans l'expression du bilan d'énergie à la frontière du corps opaque.

Pour cela, il faut tout d'abord, définir le maillage adéquat permettant le couplage entre le maillage utilisé dans la méthode numérique ICE pour la prise en compte des effets convectifs, qui est un maillage à mailles décalées (type cellule de Mac) et les paramètres radiatifs. Ensuite, les relations permettant le calcul des facteurs de forme selon la configuration d'un élément de surface par rapport à un autre, et les équations de transfert radiatif sont présentées.

*Décomposition en éléments de surface*

On sait que dans le cas de surfaces non isothermes, on peut, en les décomposant en éléments de surface suffisamment petits, considérer chaque élément de surface comme étant à température uniforme. Les parois et la cloison sont donc divisées en segments de longueur  $\delta x$  et  $\delta y$  dans les directions respectives  $x$  et  $y$  (Fig. 4).

On définit alors pour chaque élément de surface, une radiosité  $J(k, rk)$ , une température  $T_{rad}(k, rk)$ , une densité de flux net radiatif  $\phi_{rad}(k, rk)$ , et des facteurs de forme  $F(rk, rl)$  qui sont définis pour un élément de surface par rapport à un autre.

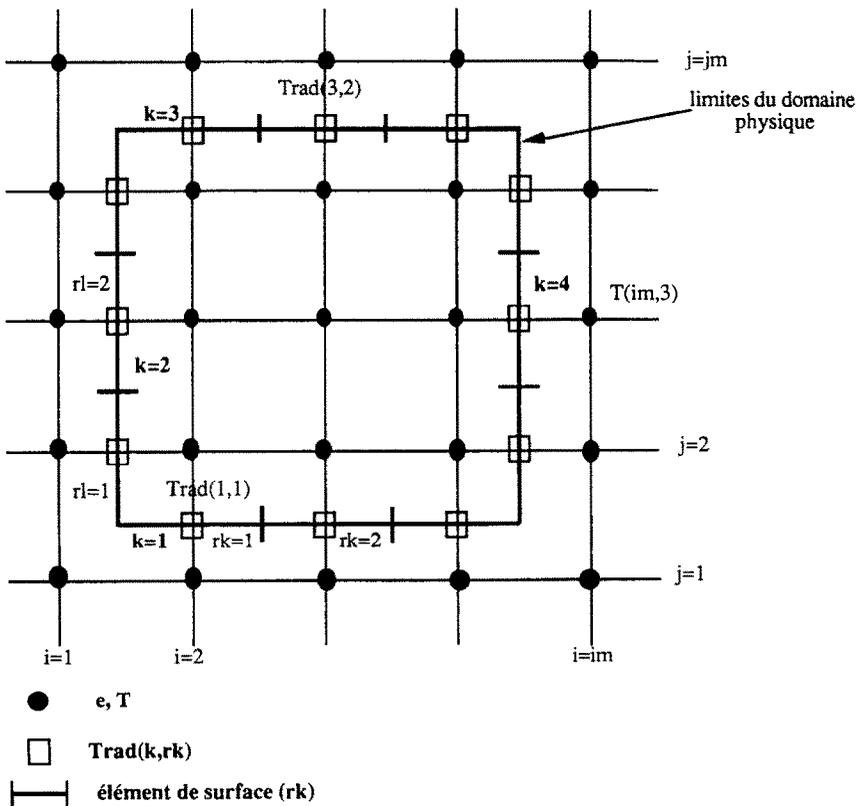


FIG. 4. Maillage d'une zone de la cavité.

*Equations de transfert radiatif*

La densité de flux net le long de la paroi  $k$  à la position  $rk$  est donnée par la relation suivante :

$$\phi_{\text{rad}}(k, rk) = \frac{\varepsilon(k)}{\rho(k)} [\sigma T_{\text{rad}}^4(k, rk) - J(k, rk)] \quad (7)$$

relation dans laquelle  $\varepsilon(k)$  et  $\rho(k)$  représentent respectivement l'émissivité et la réflectivité de la surface  $k$ , et  $J(k, rk)$  la radiosité de la surface  $k$  à la position  $rk$ .

La radiosité  $J(k, rk)$  est donnée par (Sparrow et Cess [20]) :

$$J(k, rk) = \varepsilon(k)\sigma T_{\text{rad}}^4(k, rk) + (1 - \varepsilon(k)) \sum_{i=1}^N \int_{A_i} J(l, rl) dF_{dA_k-dA_i} \quad (8)$$

où  $N = 4$

avec  $dF_{dA_k-dA_i}$  le facteur de forme différentiel entre les éléments de surface différentiels  $dA_k$  et  $dA_i$ .

Le facteur de forme différentiel est donné par les relations obtenues à partir de la méthode des cordes croisées d'Hottel, pour les configurations géométriques suivantes (Fig. 5).

Dans le premier cas de configuration, nous avons :

$$F_{12} = \frac{1}{2\Delta x} \times \left[ \begin{aligned} &(x_{i-1/2}^2 + y_{j+1/2}^2)^{1/2} + (x_{i+1/2}^2 + y_{j-1/2}^2)^{1/2} \\ &- (x_{i-1/2}^2 + y_{j-1/2}^2)^{1/2} - (x_{i+1/2}^2 + y_{j+1/2}^2)^{1/2} \end{aligned} \right]$$

Dans le second cas :

$$F_{12} = \frac{1}{2\Delta x} \times \left[ \begin{aligned} &(H^2 + (x_{i-1/2} - x_{k+1/2})^2)^{1/2} \\ &\quad + (H^2 + (x_{i+1/2} - x_{k-1/2})^2)^{1/2} \\ &- (H^2 + (x_{i-1/2} - x_{k-1/2})^2)^{1/2} \\ &\quad - (H^2 + (x_{i+1/2} - x_{k+1/2})^2)^{1/2} \end{aligned} \right]$$

Pour des configurations différentes des surfaces, on déduit facilement de ces relations les facteurs de forme correspondants.

**PROCEDURE DE RESOLUTION**

Les équations (1)–(5) régissant l'écoulement d'un fluide réel, avec les équations (7) et (8), en appliquant les conditions initiales et les conditions aux limites appropriées, permettent de décrire complètement le problème étudié.

Les équations de conservation sont résolues par une méthode modifiée par rapport à la méthode ICE, par décomposition en termes de flux et par un calcul itératif sur la pression. La solution instationnaire s'obtient à partir de la procédure suivante :

(a) l'évolution instationnaire du phénomène nous permet de fixer a priori toutes les températures des parois constituant l'enceinte, en les prenant égales aux températures correspondantes à l'instant précédent  $n\delta t$ .

(b) Les températures fixées pour chaque élément de surface de chaque surface, nous pouvons, après avoir évalué les facteurs de forme  $F(rk, rl)$  en début de procédure une fois pour toutes, calculer les radiosités correspondantes (8), puis les flux nets (7).

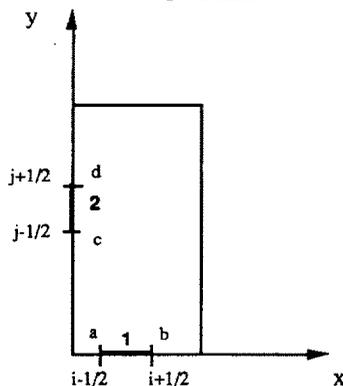
(c) Par un bilan d'énergie aux parois (6) et (6.1) prenant en compte les différents modes de transferts thermiques (conduction et rayonnement), nous pouvons évaluer les nouvelles températures aux parois qui seront utilisées au niveau des conditions limites [15, 21].

(d) Les équations de conservation (1)–(4) sont résolues par la méthode décrite au paragraphe 2.

**RESULTATS ET DISCUSSION**

Les résultats présentés sont relatifs au cas d'une cavité carrée de 2 m de côté divisée en deux zones

1er cas de configuration:



2nd cas de configuration:

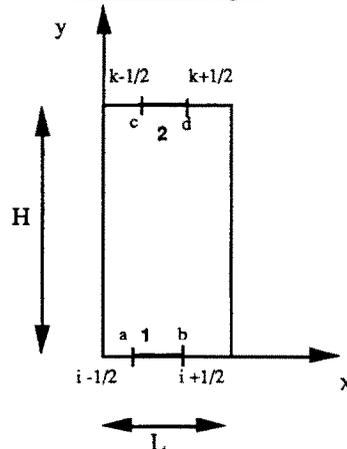


FIG. 5.

identiques par une cloison en acier de 3 mm d'épaisseur et de conductivité thermique  $k_{\text{wall}} = 60 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ . De l'air au repos à une température de 300 K et à la pression atmosphérique se trouve initialement contenu dans la cavité. Une source de chaleur et de masse est placée au milieu du plancher de la zone (I) sur une longueur de 0.5 m. Le débit massique de gaz chauds est de  $0.5 \text{ kg s}^{-1}$  de gaz pendant 10 s, à une température qui augmente progressivement pendant 2 s, jusqu'à la température maximale de 1500 K. Les

parois sont opaques grises diffusantes, d'émissivités égales à 0.8.

Les calculs ont été réalisés sur IBM3090. Un maillage de  $22 \times 22$  pts pour chaque zone de la cavité et un pas de temps d'intégration de  $10^{-4}$  s sont utilisés. Un calcul du phénomène sur 1 s, avec prise en compte des transferts radiatifs coûte 1500 s CPU, ce qui correspond à  $1.55 \times 10^{-4}$  s CPU/point/itération. Le calcul identique sans prise en compte des transferts radiatifs revient à  $1.08 \times 10^{-4}$  s CPU/point/itération. Si

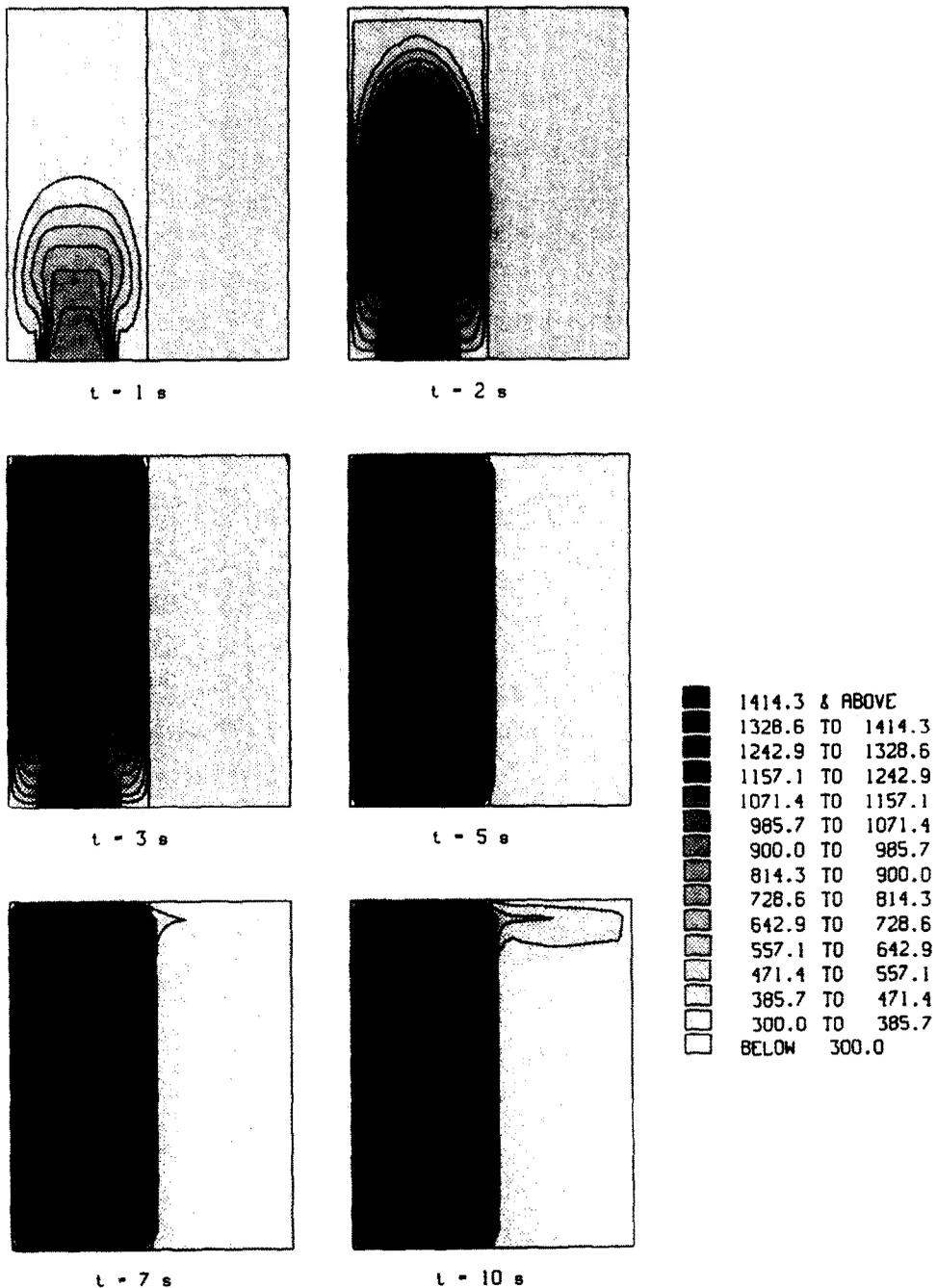


FIG. 6. Champs de température sans prise en compte du rayonnement.

l'on utilise un maillage  $32 \times 32$  pts, le calcul avec les transferts radiatifs prend  $1.9 \times 10^{-4}$  s CPU/point/itération.

Les champs de température, de vitesse, et de masse volumique, dans la cavité, pour 6 instants :  $t = 1, 2, 3, 5, 7$  et  $10$  s, en négligeant les transferts thermiques radiatifs entre les parois sont représentés respectivement sur les Figs. 6–8. On constate sur la Fig. 6, une rapide augmentation de température du fluide dans la zone (I) due à l'apport énergétique des gaz

produits, alors que dans la seconde, les variations de température sont produites uniquement par les transferts thermiques existant à travers la cloison. Dans cette zone (II), en effet, l'augmentation de température est beaucoup plus lente, et au bout de 5 s, cette enceinte n'est toujours pas soumise à une élévation sensible de température. Les isothermes se développent ensuite horizontalement dans le haut de l'enceinte au cours du temps, tandis que dans la première zone, aux mêmes instants, la zone chauffée

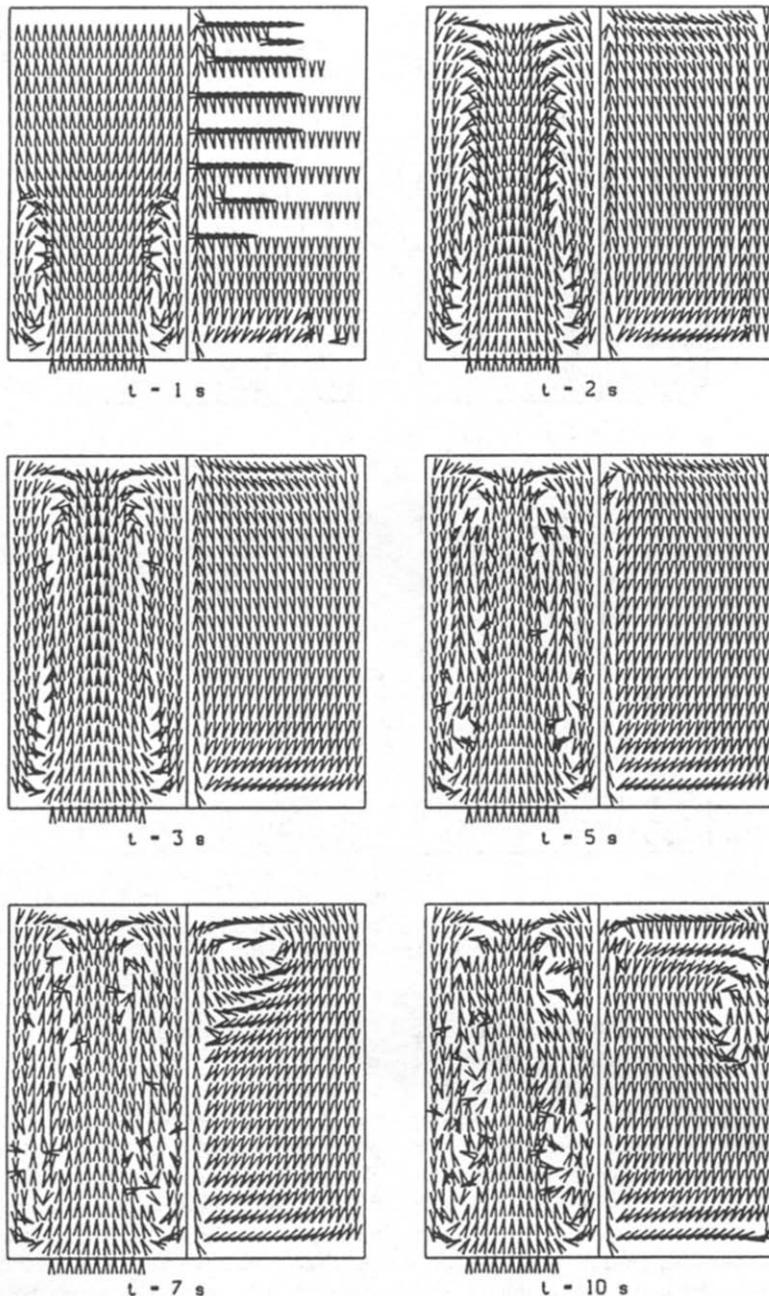


FIG. 7. Champs de vitesse sans prise en compte du rayonnement ( $\min = 0 \text{ m s}^{-1}$ ;  $\max = 5 \text{ m s}^{-1}$ ).

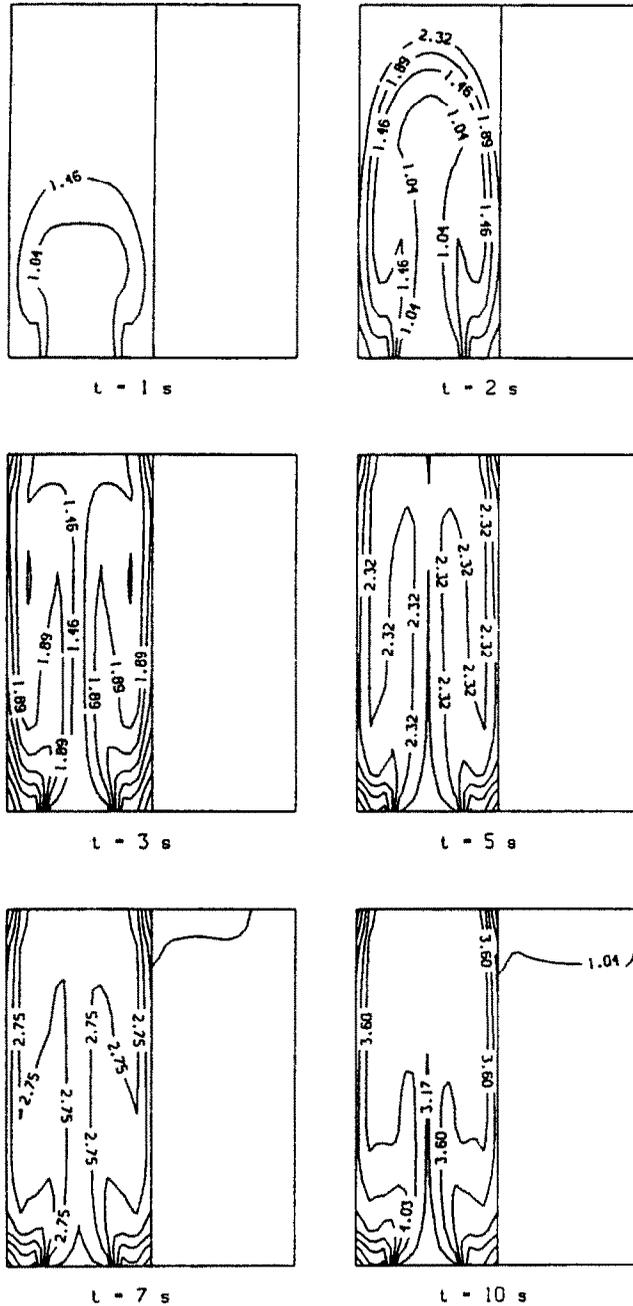


FIG. 8. Évolution de la masse volumique sans prise en compte du rayonnement (min =  $0.61 \text{ kg m}^{-3}$ ; max =  $6.59 \text{ kg m}^{-3}$ ; incr =  $0.39$ ).

est beaucoup plus étendue, et à 10 s, toute la zone (I) est soumise à une augmentation perceptible de température.

On remarque que le fluide (Fig. 7) se met assez rapidement en mouvement dans la première enceinte, essentiellement sous l'effet de l'injection de gaz chauds dans cette zone, alors que dans la seconde, il se met lentement en mouvement puisque dans celle-ci, seules les variations de température engendrent des mouvements de fluide : nous sommes dans ce cas uniquement en présence de phénomènes de convection naturelle.

Le champ de vitesse garde la même évolution générale au cours du temps : dans la zone (I), l'écoulement se sépare en deux lorsqu'il atteint la paroi supérieure de l'enceinte, et descend le long des parois plus froides, puis les deux parties se rejoignent au niveau du plancher et des points d'injection. Dans la zone (II), le fluide se met progressivement en mouvement en créant un grand tourbillon central, qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

En ce qui concerne la masse volumique dont le champ est représenté sur la Fig. 8, son évolution suit

celle de la température au cours du temps. On met en évidence la compressibilité du gaz, en voyant se dégager des zones bien spécifiques: on constate en effet une augmentation de la densité correspondant à 6 fois la densité initiale pour  $t = 10$  s. Il faut noter également l'évolution quasi-symétrique des champs thermique et dynamique dans la première enceinte, car celle-ci est peu affectée par la présence de la seconde, et dans notre cas, il faut attendre un temps de l'ordre de 7 s pour commencer à percevoir une dissymétrie des champs de température et de vitesse du premier local. En effet, la conduction thermique à travers la cloison joue un rôle qui n'apparaît que faiblement dans cette simulation, compte-tenu des températures de parois que l'on obtient. Ce phénomène est ainsi mis clairement en évidence par la Fig. 9 qui montre le profil de température à mi-hauteur de la cavité, sans prise en compte des transferts radiatifs, pour les 6 instants précédemment cités. On constate que la température maximale atteinte par le fluide est de 1400 K environ dans la première zone à partir de  $t = 5$  s, alors que la seconde ne subit pratiquement pas d'augmentation de température, même au bout de 10 s. Ceci s'explique par les faibles températures de parois dans la première enceinte, et qui sont nettement inférieures à celles du fluide. Elles varient entre 300 et 800 K entre l'instant initial et l'instant final  $t = 10$  s. De la même façon, nous avons représenté les profils de la composante  $v$  de la vitesse (Fig. 10), et l'on remarque une vitesse maximale  $v = 4.5 \text{ m s}^{-1}$  pour  $t = 3$  s située à la mi-longueur de la zone (I). Ce résultat s'explique principalement par l'injection de masse située au milieu du sol de la première enceinte. La seconde enceinte présente quant à elle, un profil quasiment uniforme aux différents instants, et pratiquement au niveau  $0 \text{ m s}^{-1}$ .

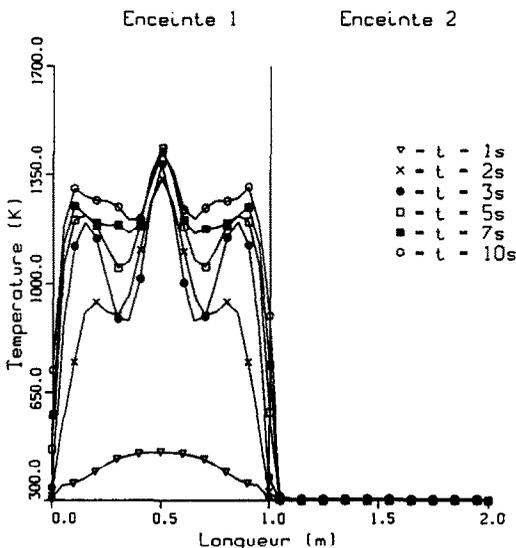


FIG. 9. Évolution de la température à mi-hauteur sans prise en compte du rayonnement.

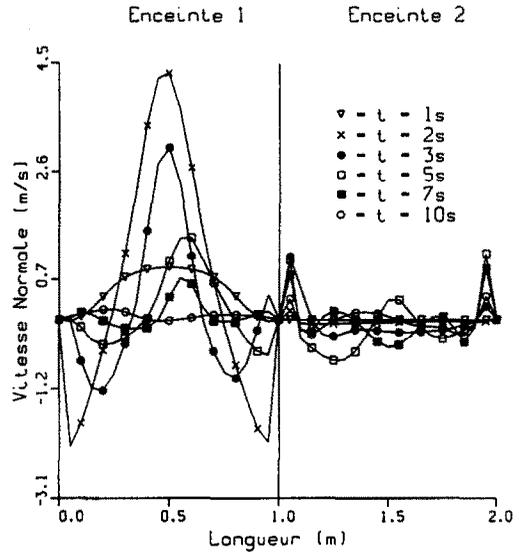


FIG. 10. Évolution de la composante  $v$  à mi-hauteur sans prise en compte du rayonnement.

Sont représentées également sur les Figs. 11–13, les évolutions au cours du temps des champs de température, de vitesse et de masse volumique dans les mêmes conditions que le cas précédent, mais en prenant cette fois en compte, les effets radiatifs pariétaux.

La première constatation que l'on peut faire, réside dans le fait que les évolutions dans la zone (I) ne deviennent totalement différentes d'un cas à l'autre, qu'à partir de 3 s. En effet, il faut noter que jusque là, les évolutions de température et de vitesse demeurent relativement proches dans les deux simulations (avec et sans transfert radiatif), car les températures de parois ne sont pas encore suffisamment élevées pour que le rayonnement pariétal joue un rôle primordial.

La seconde constatation, est que la zone (II) est sujette à des variations aussi bien de température, que de vitesse, ou de masse volumique, beaucoup plus rapidement lorsque les échanges radiatifs sont pris en compte. Ainsi, dès  $t = 2$  s, les champs thermique et dynamique sont perturbés par des augmentations de température qui sont supérieures à celles relevées pour le cas précédent. Ce phénomène ne fait d'ailleurs que s'amplifier au cours du temps (cf. Figs. 16 et 17). La Fig. 11 illustre les évolutions du champ thermique au cours du temps, et l'on peut remarquer que les températures de parois varient très rapidement (dès  $t = 2$  s) du fait des transferts radiatifs pariétaux, et donc que la température du gaz à la paroi, augmente ainsi par pure conduction. Ce phénomène est relatif à la zone (II), car en ce qui concerne la première enceinte, c'est là encore l'injection de gaz chauds qui conditionne principalement les évolutions thermiques de l'écoulement (jusqu'à environ 7 s). Cependant, l'influence de la convection dans la seconde enceinte est clairement mise en évidence à partir de  $t = 5$  s.

En ce qui concerne l'évolution du champ dyna-

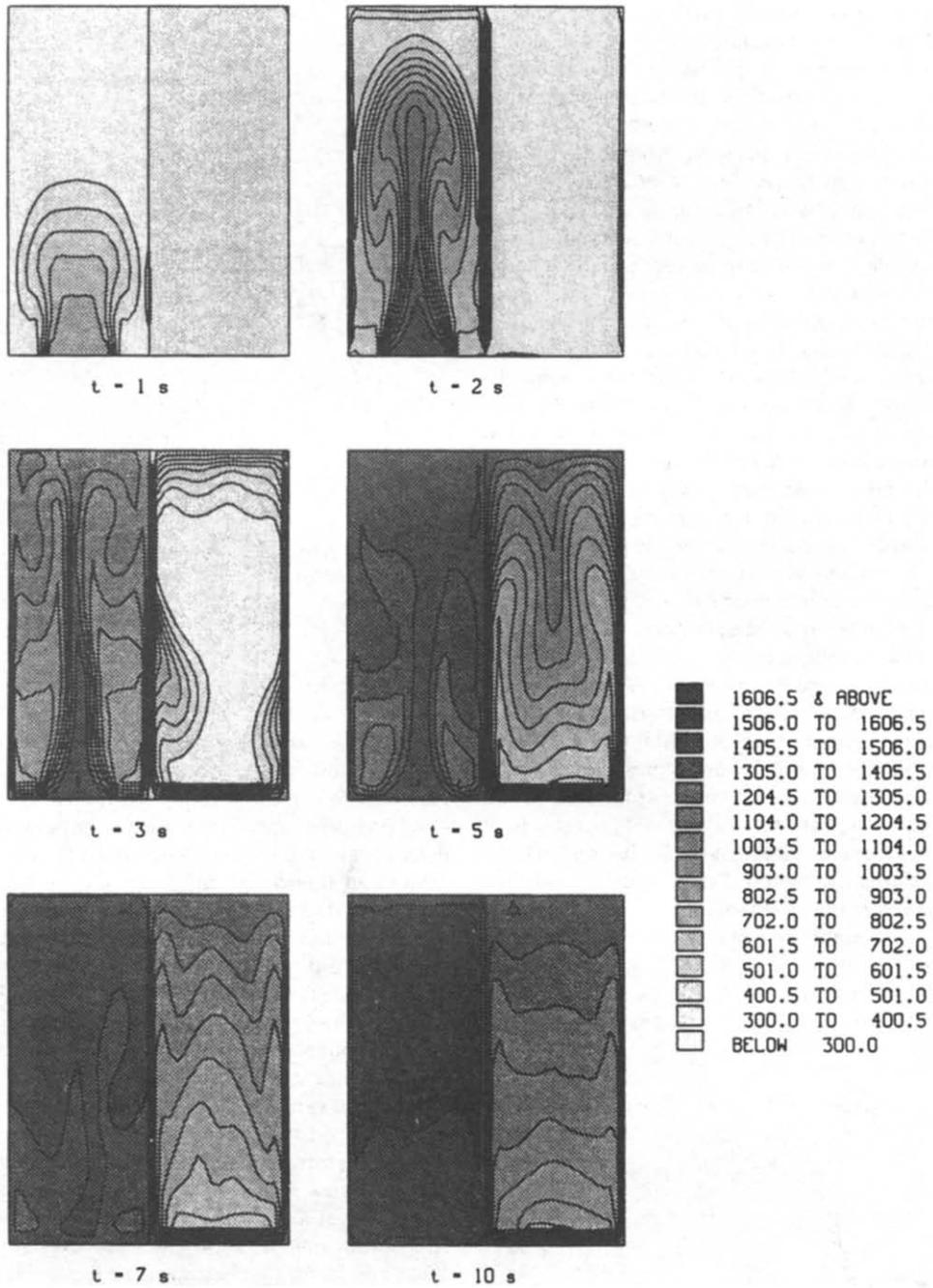


FIG. 11. Champs de température avec prise en compte du rayonnement.

mique de l'écoulement représenté sur la Fig. 12, on constate, que celui-ci est très différent de ce que l'on obtenait précédemment. La première enceinte est sensible aux effets qui se produisent dans la deuxième, car la conduction thermique à travers la cloison joue, dans cette simulation, un rôle significatif. D'ailleurs, on peut remarquer que si le champ de vitesse présente un certaine symétrie aux premiers instants, cette symétrie disparaît à partir de  $t = 2$  s. Dans la zone (II), les champs dynamiques aux deux premiers instants sont

très voisins de ceux obtenus pour la simulation précédente sans prise en compte du rayonnement, mais que dès  $t = 3$  s, on constate une évolution très spécifique: des tourbillons se créent au voisinage de la paroi droite, du fait des phénomènes de gravité du gaz chaud au contact de la paroi. Un petit tourbillon à  $t = 5$  s se trouve comprimé par deux écoulements descendants dans la moitié inférieure de l'enceinte, mais dès l'instant suivant, il disparaît dans l'écoulement principal.

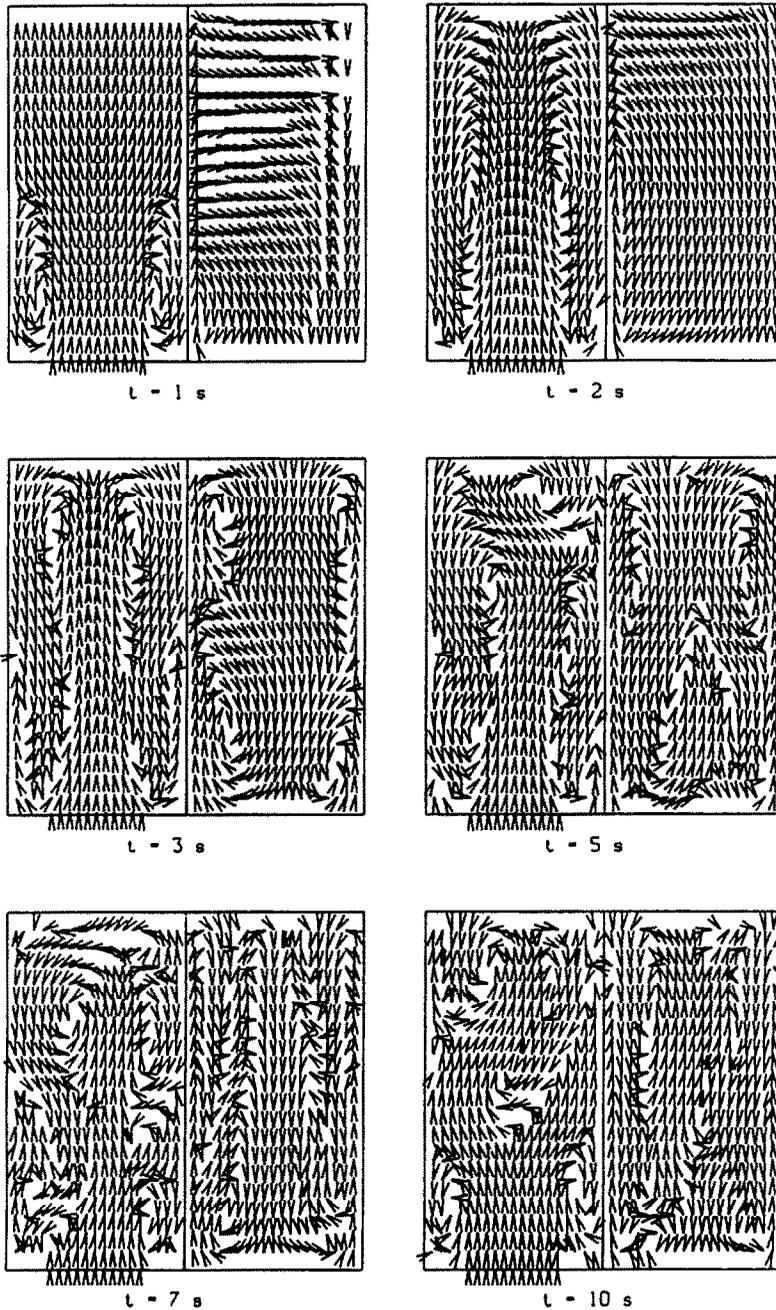


FIG. 12. Champs de vitesse avec prise en compte du rayonnement (min =  $0 \text{ m s}^{-1}$ ; max =  $5.69 \text{ m s}^{-1}$ ).

La Fig. 13 illustre les variations de masse volumique du gaz correspondantes, et l'on voit là encore, apparaître des zones de compression très distinctes, mais dans ce cas, aussi bien dans une zone que dans l'autre, avec une densité maximale trois supérieure à la densité initiale.

Ces résultats sont clairement mis en évidence par les Figs. 14 et 15.

La Fig. 14 montre les distributions de température à mi-hauteur, avec prise en compte des transferts radi-

atifs aux 6 instants précédents. L'importance primordiale du rayonnement pariétal au cours du temps apparaît très nettement, avec des températures parois supérieures aux températures moyennes du fluide, mais cependant, inférieures aux températures maximales atteintes par le fluide : en effet, pour la zone (I), la température maximale de la paroi à 10 s est de 1500 K, alors que celle du fluide est aux alentours de 1650 K. Ce phénomène s'explique par l'apport de gaz chauds dans l'enceinte, et par la compression du fluide

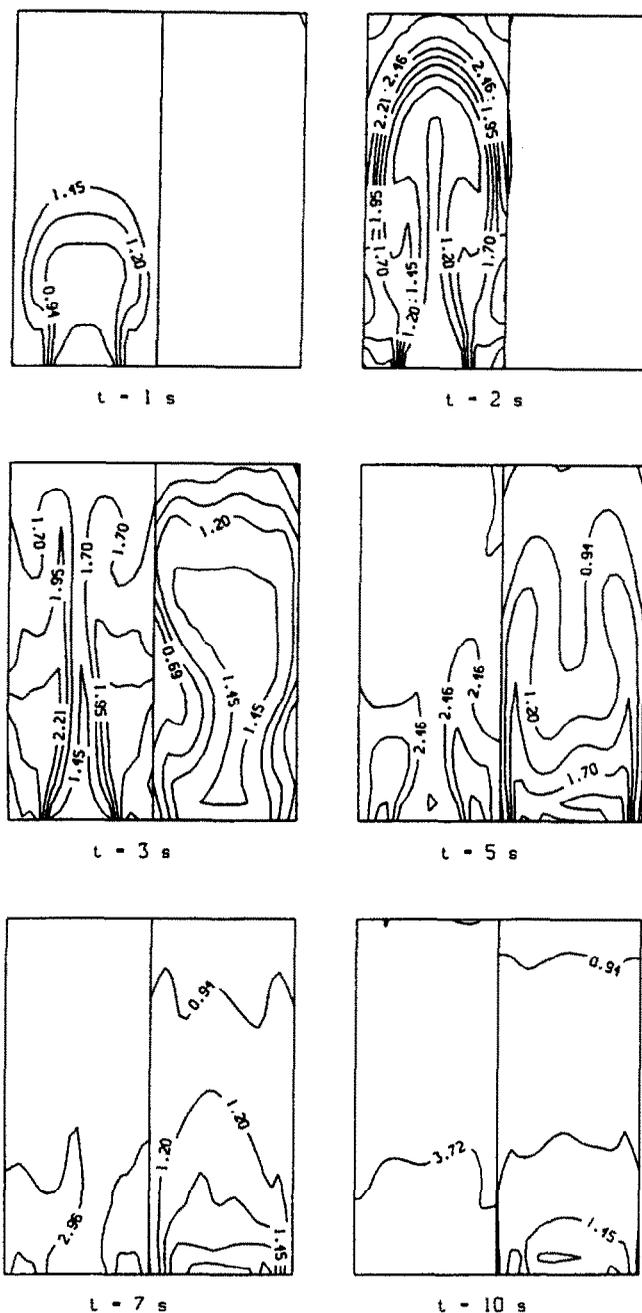


FIG. 13. Évolution de la masse volumique avec prise en compte du rayonnement (min =  $0.439\text{ kg m}^{-3}$ ; max =  $3.972\text{ kg m}^{-3}$ ; incr = 0.24).

qui en résulte. Alors que, en ce qui concerne la seconde zone, les températures de parois sont dans tous les cas supérieures aux températures maximales de fluide obtenues (température maximale de paroi de 1500 K et température maximale du fluide de 1250 K à 10 s). Les conditions de conductivité thermique de la cloison sont clairement mises en évidence sur cette Fig. 14.

Les profils de la composante  $v$  de la vitesse à mi-hauteur sont représentés sur la Fig. 15. Pour la zone (I), le maximum est obtenu à la mi-longueur (comme

dans le cas sans rayonnement) pour l'instant  $t = 2\text{ s}$ . Au cours du temps, cette vitesse maximale diminue, et l'on tend vers une uniformité des vitesses. En ce qui concerne la seconde cavité, les valeurs de la composante  $v$  ne sont plus constantes au cours du temps. Les vitesses le long de la paroi chaude (paroi commune) augmentent rapidement et atteignent un maximum de  $0.7\text{ m s}^{-1}$  à  $t = 3\text{ s}$ . Ensuite, on tend vers une évolution quasi-stationnaire.

A partir de 5 s pour la température et de 7 s pour

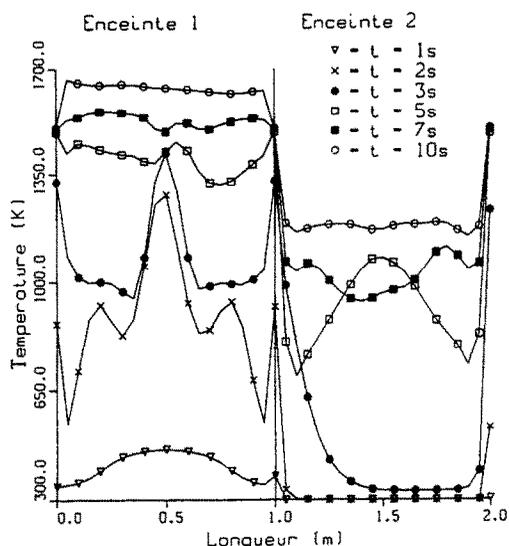


FIG. 14. Évolution de la température à mi-hauteur avec prise en compte du rayonnement.

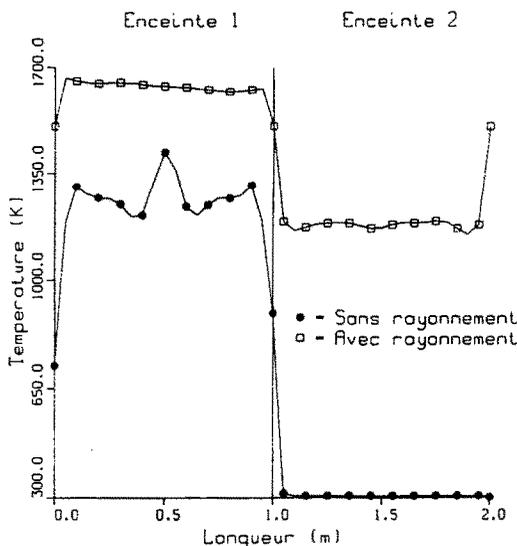


FIG. 16. Comparaison de la température à mi-hauteur pour  $t = 10$  s avec et sans rayonnement.

la vitesse  $v$ , on tend vers une symétrie des profils pour la zone (II), dans cette simulation avec prise en compte du rayonnement pariétal.

L'analyse des principaux résultats est clairement représentée sur les Figs. 16 et 17, où l'on a tracé pour un instant donné (à  $t = 10$  s) les profils de température et de la composante  $v$  à mi-hauteur, avec et sans prise en compte des transferts radiatifs pariétaux : on constate ainsi, une augmentation de 25 et de 75% pour la température, respectivement pour la première et la seconde enceintes, lorsque l'on prend en compte le rayonnement par rapport au cas sans prise en

compte. Ces augmentations de température dans la zone (II) sont donc beaucoup plus élevées que lors de la première simulation, car elles sont dues non seulement à la conduction thermique à travers la cloison en acier, mais également dans ce cas, au rayonnement pariétal, qui est, pour cette enceinte, le phénomène moteur le plus important compte tenu des fortes températures atteintes dans la zone (I). Les parois sont donc dans un premier temps les endroits les plus chauds de la cavité (hormis les points source), ce qui modifie considérablement l'évolution du champ dynamique. Ces augmentations de températures très

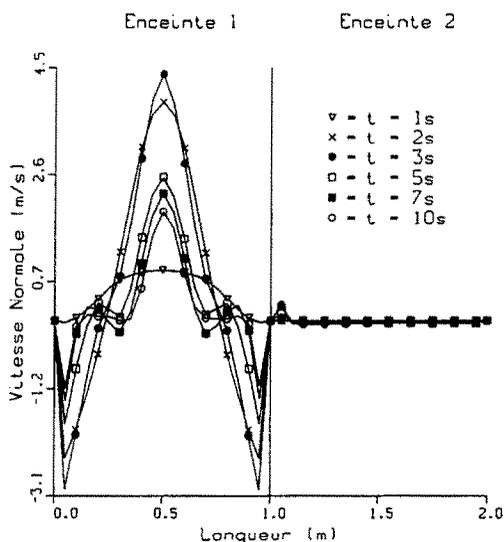


FIG. 15. Évolution de la composante  $v$  à mi-hauteur avec prise en compte du rayonnement.

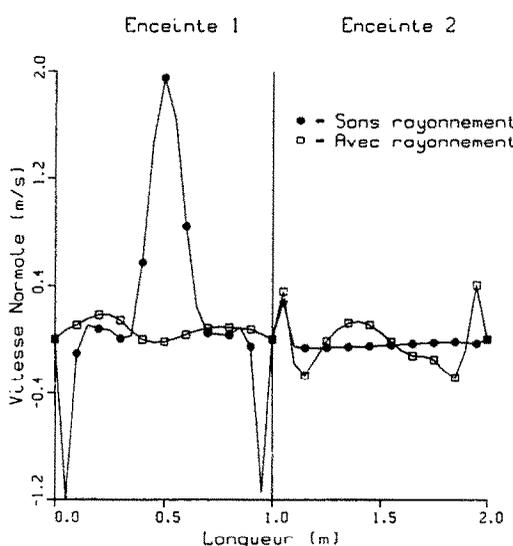


FIG. 17. Comparaison de la composante  $v$  à mi-hauteur pour  $t = 10$  s avec et sans rayonnement.

significatives dans la seconde enceinte influent directement sur les mouvements convectifs qui ont lieu, donc sur l'augmentation évidente de la composante de la vitesse  $v$ .

### CONCLUSION

Une étude numérique des phénomènes conjugués de convection, de conduction et de rayonnement pariétal induits par une source de chaleur et de masse, dans une cavité divisée en deux enceintes a été présentée. Le problème test envisagé faisant intervenir une injection de gaz chauds dans une cavité, l'hypothèse de Boussinesq n'a pu être retenue, et la compressibilité du fluide a été prise en compte. Une méthode de résolution des équations régissant l'écoulement compressible à bas nombre de Mach qui en résulte a été utilisée. Cette étude confirme l'importance des effets radiatifs sur les champs thermique et dynamique, et donc la nécessité de prendre en compte les transferts radiatifs dans la simulation d'écoulement confiné à haute température. Il faut toutefois noter que les résultats obtenus sont relatifs au cas d'un fluide transparent au rayonnement. Si cette étude permet de mieux comprendre et de mieux appréhender des phénomènes physiques complexes, elle devra être complétée par la prise en compte du rayonnement au sein du gaz, ainsi que par l'introduction d'un modèle cinétique chimique, pour permettre la simulation de cas réels tels que les feux en cavité.

*Remerciements*—Les auteurs remercient le GERPy/Direction des Constructions Navales de Toulon pour l'aide matérielle apportée à la réalisation de cette étude.

### RÉFÉRENCES

1. K. E. Torrance, L. Orloff and J. A. Rockett, Experiments on natural convection in enclosures with localized heating from below, *J. Fluid Mech.* **36**(1), 21–31 (1969).
2. K. E. Torrance and J. A. Rockett, Numerical study of natural convection in an enclosure with localized heating from below, *J. Fluid Mech.* **36**(1), 33–54 (1969).
3. D. Greenspan and D. Schultz, Natural convection in an enclosure with localized heating from below, *Comp. Meths Appl. Mech. Engng* **3** (1974).
4. N. Seki, S. Fukusako and H. Inaba, Visual observation of natural convective flow in a narrow vertical cavity, *J. Fluid Mech.* **84**(4), 695–704 (1978).
5. K. T. Yang, Transitions and bifurcations in laminar buoyant flows in confined enclosures, *J. Heat Transfer* **110**, 1191–1204 (1988).
6. S. Ostrach, Natural convection in enclosures, *J. Heat Transfer* **110**, 1175–1190 (1988).
7. H. O. May, A numerical study on natural convection in an inclined square enclosure containing internal heat sources, *Int. J. Heat Mass Transfer* **34**, 919–928 (1991).
8. L. Allançon, B. Porterie, J. C. Loraud and E. Daniel, Unsteady convection in a cavity due to pyrolysis, *Mech. Res.* **20**(2), 173–179 (1993).
9. S. Acharya and R. Jetly, Heat transfer due to buoyancy in a partially divided square box, *Int. J. Heat Mass Transfer* **33**, 931–942 (1990).

10. R. Anderson and A. Bejan, Heat transfer through single and double vertical walls in natural convection: theory and experiments, *Int. J. Heat Mass Transfer* **34**, 1611–1620 (1981).
11. T. Nishimura, M. Shiraishi, F. Nagesawa and Y. Kawamura, Natural convection heat transfer in enclosures with multiple vertical partitions, *Int. J. Heat Mass Transfer* **31**, 1679–1686 (1988).
12. T. G. Karayiannis, M. Ciofalo and G. Barbaro, On natural convection in a single and two zone rectangular enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer* **35**, 1645–1657 (1992).
13. Z. G. Du and E. Bilgen, Coupling of wall conduction with natural convection in a rectangular enclosure, *Int. J. Heat Mass Transfer* **35**, 1969–1975 (1992).
14. J. S. Toor and R. Viskanta, A critical examination of the validity of simplified models for radiant heat transfer analysis, *Int. J. Heat Mass Transfer* **15**, 1553–1567 (1972).
15. D. W. Larson and R. Viskanta, Transient combined laminar free convection and radiation in a rectangular enclosure, *J. Fluid Mech.* **78**(1), 65–85 (1976).
16. M. Behnia, J. A. Reizes and G. De Vahl Davis, Combined radiation and natural convection in a rectangular cavity with a transparent wall and containing a non-participating fluid, *Int. J. Numer. Meths Fluids* **10**, 305–325 (1990).
17. G. Fernandez and H. Guillard, A numerical method for the computation of low Mach number reactive flows, *Numer. Meths Laminar Turbulent Flow* **6**(1), 815–825 (1989).
18. T. Y. Kim and S. W. Baek, Analysis of combined conductive and radiative heat transfer in a two-dimensional rectangular enclosure using the discrete ordinates method, *Int. J. Heat Mass Transfer* **34**, 2265–2273 (1991).
19. F. H. Harlow and A. A. Amsden, A numerical fluid dynamics calculation method for all flow speeds, *J. Comput. Phys.* **8**, 197–213 (1971).
20. E. M. Sparrow and R. D. Cess, *Radiation Heat Transfer*. Hemisphere-McGraw-Hill, New York (1978).
21. R. Siegel and J. R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer*. Hemisphere-McGraw-Hill, New York (1972).

### ANNEXE

L'équation de continuité est discrétisée de la façon suivante :

$$\frac{\rho_{i,j} - \rho_{i,j}^n}{\delta t} + \frac{(\rho u)_{i+1/2,j} - (\rho u)_{i-1/2,j}}{\delta x} + \frac{(\rho v)_{i,j+1/2} - (\rho v)_{i,j-1/2}}{\delta y} = 0$$

en termes de flux de masse horizontaux et verticaux définis par :

$$\begin{aligned} (\rho u)_{i+1/2,j} &= \frac{(1-\alpha)}{2} (\rho_{i+1,j}^n + \rho_{i,j}^n) u_{i+1/2,j} \\ &+ \frac{\alpha}{2} [\rho_{i+1,j}^n (u_{i+1,2,j} - |u_{i+1/2,j}|) + \rho_{i,j}^n (u_{i+1/2,j} + |u_{i+1/2,j}|)] \\ (\rho v)_{i,j+1/2} &= \frac{(1-\alpha)}{2} (\rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j}^n) v_{i,j+1/2} \\ &+ \frac{\alpha}{2} [\rho_{i,j+1}^n (v_{i,j+1/2} - |v_{i,j+1/2}|) + \rho_{i,j}^n (v_{i,j+1/2} + |v_{i,j+1/2}|)]. \end{aligned}$$

L'équation de quantité de mouvement dans la direction  $y$  est discrétisée de la façon suivante :

$$\frac{v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}^n}{\delta t} + FVX + FVY = -g \frac{2}{\delta y} \frac{\bar{p}_{i,j+1} - \bar{p}_{i,j}}{\rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j}^n} + \frac{2\mu}{(\rho_{i,j+1}^n + \rho_{i,j}^n)} \left\{ \frac{4}{3\delta y^2} [v_{i,j+3/2}^n - 2v_{i,j+1/2}^n + v_{i,j-1/2}^n] + \frac{1}{\delta x^2} [v_{i+1,j+1/2}^n - 2v_{i,j+1/2}^n + v_{i-1,j+1/2}^n] + \frac{1}{3\delta x \delta y} [u_{i+1/2,j+1}^n - u_{i+1/2,j}^n - u_{i-1/2,j+1}^n + u_{i-1/2,j}^n] \right\}$$

avec

$$FVX = \left( u \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{i,j+1/2}^n = \frac{(1-\alpha)}{2\delta x} u_{i,j+1/2}^n (v_{i+1,j+1/2}^n - v_{i-1,j+1/2}^n) + \frac{\alpha}{2\delta x} [(v_{i+1,j+1/2}^n - v_{i,j+1/2}^n)(u_{i,j+1/2}^n - |u_{i,j+1/2}^n|) + (v_{i,j+1/2}^n - v_{i-1,j+1/2}^n)(u_{i,j+1/2}^n + |u_{i,j+1/2}^n|)]$$

$$FVY = \left( v \frac{\partial v}{\partial y} \right)_{i,j+1/2}^n = \frac{(1-\alpha)}{2\delta y} v_{i,j+1/2}^n (v_{i,j+3/2}^n - v_{i,j-1/2}^n) + \frac{\alpha}{2\delta y} [(v_{i,j+3/2}^n - v_{i,j+1/2}^n)(v_{i,j+1/2}^n - |v_{i,j+1/2}^n|) + (v_{i,j+1/2}^n - v_{i,j-1/2}^n)(v_{i,j+1/2}^n + |v_{i,j+1/2}^n|)]$$

où

$$u_{i,j+1/2}^n = 0.25[u_{i-1/2,j}^n + u_{i-1/2,j+1}^n + u_{i+1/2,j}^n + u_{i+1/2,j+1}^n].$$

L'équation aux différences pour l'énergie interne se formule comme suit :

$$\frac{e_{i,j} - e_{i,j}^n}{\delta t} + FEX + FEY = -\frac{\bar{p}_{i,j}}{\rho_{i,j}^n} \times \left[ \frac{u_{i+1/2,j}^n - u_{i-1/2,j}^n}{\delta x} + \frac{v_{i,j+1/2}^n - v_{i,j-1/2}^n}{\delta y} \right] \left( \frac{k}{C, \rho_{i,j}^n} \right) \times \left[ \frac{1}{\delta x^2} (e_{i+1,j}^n - 2e_{i,j}^n + e_{i-1,j}^n) + \frac{1}{\delta y^2} (e_{i,j+1}^n - 2e_{i,j}^n + e_{i,j-1}^n) \right]$$

avec

$$FEX = \left( u \frac{\partial e}{\partial x} \right)_{i,j+1/2}^n = \frac{(1-\alpha)}{4\delta x} (u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j})(e_{i+1,j}^n - e_{i-1,j}^n) + \frac{\alpha}{4\delta x} [(u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j} - |u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j}|)(e_{i+1,j}^n - e_{i,j}^n) + (u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j} + |u_{i+1/2,j} + u_{i-1/2,j}|)(e_{i,j}^n - e_{i-1,j}^n)]$$

et

$$FEY = \left( v \frac{\partial e}{\partial y} \right)_{i,j+1/2}^n = \frac{(1-\alpha)}{4\delta y} (v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2})(e_{i,j+1}^n - e_{i,j-1}^n) + \frac{\alpha}{4\delta y} [(v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2} - |v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2}|)(e_{i,j+1}^n - e_{i,j}^n) + (v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2} + |v_{i,j+1/2} + v_{i,j-1/2}|)(e_{i,j}^n - e_{i,j-1}^n)].$$

COMBINED RADIATION AND CONVECTION DUE TO A HEAT AND MASS SOURCE IN A DIVIDED ENCLOSURE

**Abstract**—A numerical study for the unsteady two-dimensional compressible flow in a rectangular enclosure is presented. The enclosure is divided in two identical parts by a vertical wall. Hot gases are injected in one part of the enclosure. The authors have focused their attention on the treatment of the injection of mass in a closed cavity, and for coupling the different heat transfers: the mass, momentum and energy equations are combined with the heat conduction equation through the dividing wall and with the radiation. The Navier-Stokes equations are solved by a finite-difference technique useful for the compressible flow at low Mach number. The numerical results with and without radiation in the enclosure are compared. The results indicate that radiative heat transfer alters convective flow patterns significantly.